



महाराष्ट्र शासन
शालेय शिक्षण व क्रीडा विभाग
राज्य शैक्षणिक संशोधन व प्रशिक्षण परिषद, महाराष्ट्र

७०८ सदाशिव पेठ, कुमठेकर मार्ग, पुणे ४११०३०

संपर्क क्रमांक (०२०) २४४७ ६९३८

E-mail: evaluationdept@maa.ac.in

Question Bank

Standard : 12th

جماعت : بارہویں

Medium : Urdu

میڈیم : اردو

Subject: Mathematics

مضمون : ریاضیات

March 2021

ہدایت :

۱۔ یہ سوالات کابینک صرف طلبہ کے لیے مثالی سوالیہ پرچے حل کرنے کی مشق کے لیے دیے جا رہے ہیں۔

۲۔ اس بات کو ذہن نشین رکھیں کہ بورڈ امتحانات کے سوالیہ پرچوں میں یہی سوالات نہیں آئیں گے۔

MATHEMATICS
STD. 12 (HSC)
MAHARASHTRA STATE BOARD
PAPER-I
&
PAPER-II
QUESTION BANK
(SAMPLE QUESTIONS)

نمونه سوالات

CHAPTER NO : 01
MATHEMATICAL LOGIC
MCQ

i. منطقی بیان $(p \wedge q) \rightarrow r$ کا equivalent بیان کیجیے۔

- a) $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ b) $(p \wedge q) \rightarrow \sim r$ c) $(\sim p \vee \sim q) \rightarrow \sim r$ d) $(p \vee q) \rightarrow r$ q

ii. منطقی بیان $(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$ کا معکوس (Inverse) بیان ہے۔

- a) $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$ b) $\sim (p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$
c) $(\sim p \wedge \sim q)$ d) $(\sim p \vee \sim q) \rightarrow (\sim p \wedge \sim q)$

iii. اگر $p \wedge q$ کی صدقہ قیمت F، $p \rightarrow q$ کی صدقہ قیمت F ہو تو p اور q کی صدقہ قیمت ہے۔

- a) T, T b) T, F c) F, T d) F, F

iv. منطقی بیان $\sim p \rightarrow q$ کے معکوس کا منفی بیان ہے۔

- a) $q \wedge r$ b) $\sim p \wedge \sim q$ c) $p \wedge q$ d) $\sim q \rightarrow \sim p$

v. اگر $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ہو تو مندرجہ ذیل میں سے کونسا صحیح نہیں ہے؟

- a) $\exists x \in A \text{ s.t. } X + 2 < 9$
b) $\exists x \in A \text{ s.t. } x + 6 < 10$
c) $\exists x \in A \text{ s.t. } x + 3 = 8$
d) $\forall x \in A, x + 6 \geq 9$

01 Marks Question

مندرجہ ذیل میں سے کونسا جملہ منطقی بیان ہے؟

$x - 3 = 14$ (ii)

$5 + 4 = 13$ (i)

(iv) تمام حقیقی اعداد مکمل عدد ہیں۔

(iii) کیا آپ کو ریاضی پسند ہے؟

02 Marks Questions

مندرجہ ذیل کے منفی بیان لکھیے۔

(ii) تمام طبعی اعداد مکمل اعداد ہیں۔

$$y-3=6 \text{ or } x+8>11 \text{ (i)}$$

(ii) $\sqrt{2}$ ناطق عدد ہے۔

$$x-17<20 \text{ جبکہ } \exists x \in \mathbb{N} \text{ (i)}$$

منفی کے اصول کی مدد سے مندرجہ ذیل کے منفی بیان لکھیے۔

$$p \rightarrow (p \vee \sim q) \text{ (ii)}$$

$$\sim q \rightarrow p \text{ (I)}$$

03/04 Marks Questions

(1) مندرجہ ذیل کے لیے عکس (Converse)، معکوس (Inverse) اور Contrapositive لکھیے۔

(i) اگر سطح کے رقبہ میں کمی ہو تو دباؤ میں اضافہ ہوتا ہے۔

(ii) اگر $x < y$ ہو تو $x^2 < y^2$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

(2) مندرجہ ذیل کے لیے صدقی جدول (Truth Table) بنائیے۔

$$(p \wedge q) \leftrightarrow (q \vee r) \text{ (ii)}$$

$$[(p \rightarrow q) \wedge q] \rightarrow p \text{ (I)}$$

(3) مندرجہ ذیل کو صدقی جدول (Truth Table) کی مدد سے مساوات (equivalent) ثابت کیجیے۔

$$\text{i) } \sim p \wedge q \equiv (p \vee q) \vee \sim p$$

$$\text{ii) } p \rightarrow (q \wedge r) \equiv (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$$

(4) مندرجہ ذیل میں سے کونسا منطقی بیان Contradiction, Tautology, Contingency ہے؟

$$(\sim p \rightarrow q) \wedge (p \wedge r) \text{ (ii)}$$

$$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\sim p \vee q) \text{ (i)}$$

$$p \rightarrow (\sim q \vee r) \leftrightarrow \sim [p \rightarrow (q \rightarrow r)] \text{ (iii)}$$

CHAPTER NO : 02

MATRICES

MCQ

(1) اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ، $Adj(A) = \begin{bmatrix} 4 & a \\ -3 & b \end{bmatrix}$ ہو تو a اور b کی قیمت

- i) a = -2, b = 1 ii) a = 2, b = 4 iii) a = 2, b = -1 iv) a = 1, b = -2

(2) اگر $A = \begin{bmatrix} \lambda & 1 \\ -1 & -\lambda \end{bmatrix}$ اور A^{-1} کا وجود نہ ہو تو $\lambda =$ _____

- i) 0 ii) ± 1 iii) 2 iv) 3

(3) اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ ہو تو $Adj(A) =$ _____

- i) $\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -4 & 1 \end{bmatrix}$ ii) $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$ iii) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$ iv) $\begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$

(4) اگر $A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$ ہو تو $A^{-1} =$ _____

- i) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ \cos \alpha & \sin \alpha \\ 1 & 1 \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$ ii) $\begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$ iii) $\begin{bmatrix} -\cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$

- iv) $\begin{bmatrix} -\cos \alpha & \sin \alpha \\ \sin \alpha & -\cos \alpha \end{bmatrix}$

02 Marks Questions

(1) مندرجہ ذیل میٹرکس کا معکوس معلوم کیجیے۔

- i) $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$ ii) $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ iii) $\begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$

(2) مندرجہ ذیل میں دی گئی مساوات کو معکوسی طریقہ (Inversion Method) کی مدد سے حل کیجیے۔

i) $x+2y = 2$; $2x+3y = 3$

ii) $x+y = 4$; $2x-y = 5$

03 Marks Questions

(1) مندرجہ ذیل میں دی گئی مساوات کو معکوسی طریقہ (Inversion Method) کی مدد سے حل کیجیے۔

i) $x-y+z = 1,$ $2x-y = 1,$ $3x+3y-4z = 2$

ii) $2x-y+z = 1;$ $x+2y+3z = 8,$ $3x+y-4z = 1$

(2) تین اعداد کا مجموعہ 6 ہے۔ اگر ہم تیسرے عدد کو 3 سے ضرب کرتے ہیں اور دوسرے اعداد سے جمع کرنے پر 11 حاصل ہوتا ہے۔

پہلے اور تیسرے اعداد کا مجموعہ کرنے پر دوسرے عدد کا دوگنا حاصل ہوتا ہے تو تینوں اعداد معلوم کیجیے۔

(3) مندرجہ ذیل میٹرکس کا معکوس (Adjoint (Inverse) کے طریقہ سے حل کیجیے۔

i) $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ ii) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ iii) $\begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(4) مندرجہ ذیل میٹرکس کا معکوس (Transformation (Inverse) کی مدد سے حل کیجیے۔

i) $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ ii) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ iii) $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

(5) اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ ہو تو AB اور $(AB)^{-1}$ معلوم کیجیے۔

(6) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ جہاں $AX = B$ اگر معلوم کیجیے

CHAPTER NO : 03
TRIGONOMETRIC FUNCTION

MCQ

-----Principal Solution کے $\sin\theta = -\frac{1}{2}$ (1)

- a) $\frac{5\pi}{6}, \frac{\pi}{6}$ b) $\frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$ c) $\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}$ d) $\frac{7\pi}{6}, \frac{\pi}{6}$

----- (General Solution) کے $\sec x = \sqrt{2}$ (2)

- a) $2n\pi \pm \frac{\pi}{4}, n \in Z$ b) $2n\pi \pm \frac{\pi}{2}, n \in Z$ c) $n\pi \pm \frac{\pi}{2}, n \in Z$
d) $2n\pi \pm \frac{\pi}{3}, n \in Z$

$\angle B =$ _____ کے $c^2 + a^2 - b^2 = ac$ میں اگر ΔABC (3)

- a) $\frac{\pi}{4}$ b) $\frac{\pi}{3}$ c) $\frac{\pi}{2}$ d) $\frac{\pi}{6}$

$2\tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{7}\right) =$ _____ (4)

- a) $\tan^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)$ b) $\frac{\pi}{2}$ c) 1 d) $\frac{\pi}{4}$

$\cos\left[\tan^{-1}\frac{1}{3} + \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)\right] =$ _____ (5)

- a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{\pi}{4}$

$x =$ _____ کے $\tan^{-1}(2x) + \tan^{-1}(3x) = \frac{\pi}{4}$ (6)

- a) -1 b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{2}{6}$ d) $\frac{3}{2}$

01 Marks Question

مندرجہ ذیل مساوات کے لیے Principal Solution معلوم کیجیے۔

i) $\cos\theta = \frac{1}{2}$ ii) $\tan\theta = -1$ iii) $\sec\theta = \frac{2}{\sqrt{3}}$ iv) $\sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

02 Marks Questions

(1) مندرجہ ذیل کو حل کیجیے۔

i) $\tan^{-1}(1) + \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$

ii) $\sin^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) - 3 \sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{3\pi}{4}$

iii) $\sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) + \cos^{-1}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$

(2) مندرجہ ذیل محدود کو Polar محدود میں تبدیل کیجیے۔

i) $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$ 2) $(1, -\sqrt{3})$ 3) $(0, \frac{1}{2})$

(3) مندرجہ ذیل کے عام حل (General Solution) معلوم کیجیے۔

i) $\sin 2\theta = \frac{1}{2}$ ii) $\tan\left(\frac{2\theta}{3}\right) = \sqrt{3}$ iii) $4\cos^2\theta = 3$

iv) $\cos 2\theta = -1$ v) $\cos\theta + \sin\theta = 1$

03/04 Marks Question

(1) $\sin\left(\frac{B-C}{2}\right) = \left(\frac{b-c}{a}\right) \cos\left(\frac{A}{2}\right)$ میں ΔABC

(2) ΔABC میں اگر $\cot A, \cot B, \cot C$ حسابی تصاعد میں ہو تو دکھائیے کہ a^2, b^2, c^2 بھی حسابی تصاعد میں ہیں۔

(3) $2(bc \cos A + ac \cos B + ab \cos C) = a^2 + b^2 + c^2$ کیلئے ثابت کیجیے کہ ΔABC

(4) ثابت کیجیے کہ $\sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{12}{13}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{56}{65}\right)$

(5) ثابت کیجیے کہ $\cos^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right) = \frac{\pi}{2}$

(6) Sine Rule

ثابت کیجیے کہ ΔABC میں $2R = \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ جہاں R ΔABC کا محیط ہے۔

Cosine Rule (7)

ثابت کیجیے کہ ΔABC میں $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

Projection Rule (8)

ثابت کیجیے کہ ΔABC میں $a = b \cos C + c \cos B$

CHAPTER NO : 04

PAIR OF STRAIGHT LINE

MCQ

(1) اگر مساوات $4x^2 + hxy + y^2 = 0$ دو منطبق خطوط کو ظاہر کرتی ہے تو _____

- a) ± 2 b) ± 3 c) ± 4 d) ± 5

(2) اگر مساوات $kx^2 - 3xy + 6y^2 = 0$ دو عمودی خطوط کو ظاہر کرتی ہے تو $k =$ _____

- a) $k = 6$ b) $k = -6$ c) $k = 3$ d) $k = -3$

(3) خطوط کی جوڑی کی مساوات جو مبدا سے گزرتے ہیں اور خطوط $3x^2 + 4xy - 5y^2 = 0$ پر عمود ہیں۔

- a) $5x^2 + 4xy - 3y^2 = 0$ b) $3x^2 + 4xy - 5y^2 = 0$
c) $3x^2 - 4xy + 5y^2 = 0$ d) $5x^2 + 4xy + 3y^2 = 0$

(4) دونوں عمودی محور کی جوڑی کی مساوات _____ ہے۔

- a) $x + y = 0$ b) $xy = k$ c) $xy = 0$ d) $x - y = k$

(5) Auxillary Equation $2x^2 + 3xy - 9y^2 = 0$ کی _____ ہے۔

- a) $2m^2 + 3m - 9 = 0$ b) $9m^2 - 3m - 2 = 0$
c) $2m^2 - 3m + 9 = 0$ d) $-9m^2 - 3m + 2 = 0$

(1) $3x - y = 0$ اور $2x + y = 0$ کی جوڑی کی مساوات معلوم کیجیے۔

(2) $3y^2 + 7xy = 0$ کیلئے خطوط کی علاحدہ مساوات لکھیے۔

(3) دکھائیے کہ خطوط $3x^2 - 4xy - 3y^2 = 0$ ایک دوسرے پر عمود ہیں۔

(4) دکھائیے کہ خطوط $x^2 + 6xy + 9y^2 = 0$ منطبق خطوط ہیں۔

(5) k کی قیمت معلوم کیجیے اگر خطوط $kx^2 + 4xy - 4y^2 = 0$ ایک دوسرے پر عمود ہیں۔

(1) k کی قیمت معلوم کیجیے اگر خطوط $x^2 + kxy - 3y^2 = 0$ کی ڈھلان کا مجموعہ اس کے حاصل ضرب کا دگنا ہے۔

(2) k کی قیمت معلوم کیجیے اگر خطوط $3x^2 + kxy - y^2 = 0$ کی ڈھلان کا فرق 4 ہے۔

(3) اگر خطوط $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ کا ایک خط $px + qy = 0$ پر عمود ہو تو دکھائیے کہ

$$ap^2 + 2hpq + bq^2 = 0$$

(4) خطوط کا درمیانی زاویہ معلوم کیجیے۔

$$2x^2 + 7xy + 3y^2 = 0 \text{ (ii)}$$

$$3x^2 - 4\sqrt{3}xy + 3y^2 = 0 \text{ (i)}$$

(1) اگر خطوط $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ کے ایک خط کی ڈھلان دوسرے خط کی ڈھلان کا 4 گنا ہو تو دکھائیے کہ $16h^2 = 25ab$

(2) اگر $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ کا ایک خط دونوں محاورات پر کا زاویہ ناصف ہو تو دکھائیے کہ $(a+b)^2 = 4h^2$

(3) خطوط کی جوڑی کی مساوات معلوم کیجیے جو مبدا سے گزرتے ہیں اور خطوط $5x^2 - 8xy + 3y^2 = 0$ پر عمود ہیں۔

(4) خطوط کی جوڑی کی مساوات معلوم کیجیے جو مبدا سے گزرتے ہیں اور خط $3x + 2y - 11 = 0$ کے ساتھ 30 کا زاویہ بناتے ہیں۔

(5) اگر خطوط $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ کا درمیانی زاویہ اور خطوط $2x^2 - 5xy + 3y^2 = 0$ کا درمیانی زاویہ مساوی

$$100(h^2 - ab) = (a+b)^2 \text{ کہ ثابت کیجیے}$$

(6) متغیر x اور y میں دو درونی ہم جنس مساوات $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ خطوط کی جوڑی کو ظاہر کرتی ہے جو مبدا سے گزرتے ہیں اگر

$$h^2 - ab \geq 0$$

(7) اگر θ خطوط $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ کا درمیانی زاویہ ہو تو $a + b \neq 0$ جہاں $\tan \theta = \left| \frac{2\sqrt{h^2 - ab}}{a + b} \right|$

CHAPTER NO. 05

VECTORS

MCQ

1۔ اگر $|\vec{a}| = 3$ ، $|\vec{b}| = 4$ ہو تو λ کی قیمت معلوم کیجئے جو کہ $\vec{a} + \lambda\vec{b}$ اور $\vec{a} - \lambda\vec{b}$ پر عمود ہیں۔

- a) $\frac{9}{16}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{3}{2}$ d) $\frac{4}{3}$

2) $|\vec{a}| = 3$ ، $|\vec{b}| = 5$ ، $|\vec{c}| = 7$ اور $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$ ہو تو \vec{a} اور \vec{b} کا درمیانی زاویہ ----- ہے۔

- a) $\frac{\pi}{2}$ b) $\frac{\pi}{4}$ c) $\frac{\pi}{5}$ d) $\frac{\pi}{6}$

3) اگر α ، β اور γ کسی خط کے سمتی زاویہ ہو اور $\alpha = 60^\circ$ ، $\beta = 45^\circ$ ، $\gamma = \text{---}$

- a) 30° or 90° b) 45° or 60° c) 90° or 30° d) 60° or 120°

4) نقطہ (3,4,5) سے Y محور کا فاصلہ ----- ہے۔

- a) 3 b) 5 c) $\sqrt{34}$ d) $\sqrt{41}$

5) اگر α ، β ، γ کے \cos خط کے d.c.s. ہو تو $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = \text{---}$

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

6) اگر \vec{a} اور \vec{b} اکائی سمتی ہوں تو \vec{a} اور \vec{b} کے درمیانی زاویہ ----- ہے۔ جبکہ $(\sqrt{3}\vec{a} - \vec{b})$ اکائی سمتی ہے۔

- a) 30 b) 45 c) 60 d) 90

7) $\hat{i} \cdot (\hat{j} + \hat{k}) + \hat{j} \cdot (\hat{i} + \hat{k}) + \hat{k} \cdot (\hat{i} + \hat{j}) = \text{---}$

- a) 0 b) -1 c) 1 d) 3

8) a, b, c مختلف غیر منافی اعداد ہیں۔ اگر $a\hat{i} + a\hat{j} + c\hat{k}$ اور $\hat{i} + \hat{k}$ اور $c\hat{i} + c\hat{j} + b\hat{k}$ ایک کی مستوی میں واقع ہو تو..... = c

----- ہے۔

a) a اور b کے A.M ہے b) a اور b کا G.M. ہے۔ c) a اور b کا H.M. ہے۔ d) 0

$$[\bar{a} + \bar{b} \quad \bar{b} + \bar{c} \quad \bar{c} - \bar{a}] \text{ اور } |\bar{c}| = 4, |\bar{b}| = 3, |\bar{a}| = 2 \text{ اگر } (9)$$

a) 24

b) -24

c) 0

d) 48

01 Marks

1- نقطہ (4,-2,6) سے XY(i) مستوی کا فاصلہ

YZ(ii) مستوی فاصلہ

XZ(iii) مستوی فاصلہ

X (iv) محور کا فاصلہ

Y(v) محور کا فاصلہ

Z(vi) محور کا فاصلہ

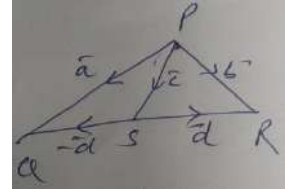
2) اگر $\hat{p} \cdot \hat{q} = \frac{1}{2}$ اکائی سمتیہ ہو تو معلوم کیجئے $\hat{p} \cdot \hat{r}$ -ii

02 Marks Questions

1) اگر $ABCDEF$ باقاعدہ مسدس ہو تو دکھائیے کہ $\bar{A}\bar{B} + \bar{A}\bar{C} + \bar{A}\bar{D} + \bar{A}\bar{E} + \bar{A}\bar{F} = 6\bar{A}\bar{O}$ جہاں O مسدس کا مرکز ہے۔

2) سمتیے $2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$, $-3\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ اور $3\hat{i} + 4\hat{k}$ مثلث بناتے ہیں یا نہیں جانچ کیجئے۔

3) دی گئی شکل کا استعمال کرتے ہوئے \bar{c} اور \bar{d} کو \bar{a} اور \bar{b} کی صورت میں ظاہر کیجئے۔



4) ایک مثلث PQR میں $P\bar{Q} = 2\bar{a}$ اور $P\bar{Q} = 2\bar{b}$ اور نقطہ M اور نقطہ PR, M کا وسطی نقطہ ہے تو مندرجہ ذیل کو \bar{a} اور \bar{b} کی صورت میں معلوم کیجئے۔

5) مثلث کا رقبہ معلوم کیجئے جس کا راس $(1,1,0)$, $(1,0,1)$, $(0,1,1)$ ہیں۔

6) دکھائیے کہ مندرجہ ذیل میں دیئے گئے نقاط ہم خطی ہیں۔

$$i) A(3,2,-4) \quad B(9,8,-10) \quad C(-2,-3,1)$$

$$ii) P(4,5,2) \quad Q(3,2,4) \quad R(5,8,0)$$

$$(7) \text{ اگر سمتیہ } 2\hat{i} - q\hat{j} + 3\hat{k} \text{ اور } 4\hat{i} - 5\hat{j} + q\hat{k} \text{ ہم خطی ہو تو } q \text{ کی قیمت معلوم کیجئے۔}$$

$$(8) \text{ نقطہ } R \text{ کے مقامی سمتیہ معلوم کیجئے جو قطعہ } P \text{ اور } Q \text{ کے ملانے سے بننے والے قطعہ کو داخلی طور پر } 2:3 \text{ میں تقسیم کرتا ہے جس کے مقامی}$$

$$\text{سمتیہ } 2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k} \text{ اور } 5\hat{i} + 2\hat{j} - 5\hat{k} \text{ ہیں۔}$$

$$(9) \text{ نقطہ } R \text{ کے مقامی سمتیہ معلوم کیجئے جو قطعہ } P \text{ اور } Q \text{ کے ملانے سے بننے والے قطعہ خارجی طور پر } 2:3 \text{ میں تقسیم کرتا ہے جس کے مقامی}$$

$$\text{سمتیہ } 2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k} \text{ اور } 5\hat{i} + 2\hat{j} - 5\hat{k} \text{ ہیں۔}$$

$$(10) \text{ اگر چار سطحی } OABC \text{ کا مرکز و سطحی } (1,2,-1) \text{ جہاں } A(a,2,3) \quad B(1,b,2) \quad C(2,1,c) \text{ نقطہ } P(a,b,c)$$

سے مبدأ کا فاصلہ معلوم کیجئے۔

$$(11) \text{ چار سطحی کا مرکز و سطحی معلوم کیجئے جس کے اس}$$

$$N(6,-4,2) \quad M(4,-6,3) \quad L(1,5,3) \quad K(5,-7,0)$$

$$(12) \text{ اگر } \bar{a} \text{ اور } \bar{b} \text{ دو عمودی سمتیہ ہو تو ثابت کیجئے } (\bar{a} + \bar{b})^2 = (\bar{a} - \bar{b})^2$$

$$(13) \text{ دکھائیے کہ } \bar{a} \text{ اور } \bar{b} \text{ میں عمودی متوازی یا کچھ بھی تعلق نہیں ہے۔}$$

$$i) \bar{a} = -9\hat{i} + 6\hat{j} + 15\hat{k} \quad , \quad \bar{b} = 6\hat{i} - 4\hat{j} - 10\hat{k}$$

$$ii) \hat{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k} \quad , \quad \bar{b} = 5\hat{i} - 2\hat{j}$$

$$iii) \bar{a} = 4\hat{i} - \hat{j} + 6\hat{k} \quad \bar{b} = 5\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$$

$$(14) \text{ اگر کسی خط کا سمتی زاویہ } 45^\circ \text{ اور } 60^\circ \text{ ہو تو تیسرا سمتی زاویہ معلوم کیجئے۔}$$

$$(15) \text{ اگر ایک خط } -X, -Y, \text{ اور } -Z \text{ محاورات کے ساتھ بالترتیب } 90^\circ, 135^\circ, 45^\circ \text{ کا زاویہ بناتا ہو تو د.c.s معلوم کیجئے۔}$$

$$(16) \text{ اگر خط کے d.r.s } 4, -12, 18 \text{ ہو تو د.c.s معلوم کیجئے۔}$$

$$(17) \bar{b} = \hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k} \quad , \quad \bar{a} = 2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k} \text{ جو } \bar{a} \text{ اور } \bar{b} \text{ پر عمود ہے اور اس کی قدر } S \text{ ہے۔}$$

$$(18) \bar{u} \cdot \bar{v} \text{ معلوم کیجئے اگر } |\bar{u}| = 2, |\bar{v}| = 5, |\bar{u} \times \bar{v}| = 8$$

$$(19) |\bar{u} \times \bar{v}| \text{ معلوم کیجئے اگر } |\bar{u}| = 10, |\bar{v}| = 2, \bar{u} \cdot \bar{v} = 12$$

$$(20) \text{ متوازی الاضلاع کا رقبہ معلوم کیجئے جس کے متصلہ اضلاع بالترتیب } \bar{a} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k} \quad \bar{b} = \hat{i} - 3\hat{j} - 3\hat{k}$$

$$(21) \text{ متوازی الاضلاع کا رقبہ معلوم کیجئے جس کے وتر } \bar{a} = 3\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k} \quad \bar{b} = -\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k}$$

$$(22) \text{ خط کے d.r.s معلوم کیجئے جو دو خطوط پر عمود ہیں جن کے d.r.s}$$

$$i) -2, 1, -1, \& -3, -4, 1$$

ii) 1,3,2, & - 1,1,2

$$\bar{a}. (\bar{b} \times \bar{c}) \text{ ہو تو } c = -5\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k} \quad , \bar{b} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k} \quad ' \bar{a} = 3\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k} \quad (23)$$

معلوم کیجئے۔

$$\text{اگر سمتیے } 3\hat{i} + 4\hat{j} - 2\hat{k} \quad ' \quad \hat{i} + 2\hat{k} \quad \text{اور } p\hat{j} - \hat{i} \text{ ہم مستوی ہو تو } p \text{ کی قیمت معلوم کیجئے۔} \quad (24)$$

$$\text{اگر سمتیے } 3\hat{i} + 5\hat{k} \quad ' \quad 4\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k} \quad \text{اور } 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k} \text{ کے متوازی اسٹوخ کے مشترک متصلہ الاضلاع ہے تو} \quad (25)$$

اس کا حجم معلوم کیجئے۔

$$\text{نقطہ } M \text{ کے مقامی سمتیہ معلوم کیجئے جو نقاط } L(7, -6, 12) \text{ اور } M(5, 4, -2) \text{ کو ملانے سے بننے والے قطعہ کا وسطی نقطہ ہے۔} \quad (26)$$

03/04 Marks Questions

$$\text{چار سطحی کا حجم معلوم کیجئے جس کے راس } A(-1, 2, 3), B(3, -2, 1), C(2, 1, 3), D(-1, -2, 4) \quad (1)$$

$$\text{اگر } \bar{a}. \bar{b} = \sqrt{3} \text{ اور } \bar{a} \times \bar{b} = 2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k} \text{ ہو تو } \bar{a} \text{ اور } \bar{b} \text{ کا درمیانی زاویہ معلوم کیجئے۔} \quad (2)$$

$$\text{اگر } \bar{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k} \quad , \quad \bar{c} = \hat{j} - \hat{k} \text{ ہو تو } \bar{b} \text{ معلوم کیجئے۔ جو کہ مساوات } \bar{a} \times \bar{b} = \bar{c} \text{ اور } \bar{a}. \bar{b} = 3 \text{ کا مطمئن کر} \quad (3)$$

تا ہے۔

$$\text{مثلث کے راس } P(0, -1, -2), Q(3, 1, 4), R(5, 7, 1) \text{ ہو تو زاویہ } P \text{ معلوم کیجئے۔} \quad (4)$$

$$\text{اگر نقاط } A(3, 0, p), B(-1, q, 3), C(-3, 3, 0) \text{ ہم خطی ہو تو معلوم کیجئے۔} \quad (5)$$

(i) نقطہ AB, C قطعہ کو کس نسبت میں تقسیم کرتا ہے۔

(ii) p اور q کی قیمت

$$\text{نقاط } A \text{ اور } B \text{ کے مقامی سمتیہ بالترتیب } 6\bar{a} + 2\bar{b} \text{ اور } \bar{a} - 3\bar{b} \text{ ہیں۔ اگر نقطہ } C \text{ قطعہ } AB \text{ کو } 2:3 \text{ کی نسبت میں تقسیم کرتا ہے تو} \quad (6)$$

دکھائیے کہ C کے مقامی سمتیہ $3\bar{a} - \bar{b}$ ہے۔

$$\text{اگر مثلث کے دو راس } A(3, 1, 4), B(-4, 5, -3) \text{ اور مثلث کا مرکز وسطی } G(-1, 2, 1) \text{ ہے۔ تو مثلث کا تیسرا راس معلوم کیجئے۔} \quad (7)$$

$$\text{سمتیہ } -\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k} \text{ کو سمتیے } 2\hat{i} + \hat{j} - 4\hat{k}, 2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}, \text{ اور } 3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k} \text{ خطی ترکیب (Linear combination) میں ظاہر کیجئے۔} \quad (8)$$

$$(9) \text{ دو غیر صفر سمتیہ } \bar{a} \text{ اور } \bar{b} \text{ ہم خطی ہیں اگر اور دو غیر سمیتے کم از کم ایک غیر صفر کا وجود ہو جبکہ } m\bar{a} + n\bar{b} = \bar{0}$$

$$(10) \bar{a} \text{ اور } \bar{b} \text{ غیر ہم خطی سمتیہ ہیں۔ سمتیہ } \bar{r} \text{ , } \bar{a} \text{ اور } \bar{b} \text{ کے ساتھ ہم مستوی ہے اگر اور صرف اگر دو یکتا غیر سمتیہ } t_1, t_2 \text{ کا وجود ہو کہ}$$

$$\bar{r} = t_1\bar{a} + t_2\bar{b}$$

(11) تین سمتیے \bar{a} , \bar{b} اور \bar{c} ہم مستوی ہے اگر اور صرف اگر غیر صفر خطی ترکیب $x\bar{a} + y\bar{b} + z\bar{c}$ جہاں x, y, z غیر صفر ہیں کا وجود

ہے۔

(12) اگر \bar{a} , \bar{b} , \bar{c} غیر ہم مستوی سمتیے ہو تو کوئی سمتیہ \bar{r} خلا میں \bar{a} , \bar{b} , \bar{c} کی خطی ترتیب کو ظاہر کرتا ہے۔

(13) اگر $A(\bar{a})$, $B(\bar{b})$ دو نقاط خلای میں ہیں نقطہ $R(\bar{r})$ نقطہ AB کو داخلی طور پر $m:n$ کی نسبت میں تقسیم کرتا ہے تو $\bar{r} = \frac{m\bar{b} + n\bar{a}}{m+n}$

(1) اگر $A(\bar{a})$, $B(\bar{b})$ دو نقاط خلای میں ہیں نقطہ $R(\bar{r})$ نقطہ AB کو خارجی طور پر $m:n$ کی نسبت میں تقسیم کرتا ہے تو $\bar{r} = \frac{m\bar{b} - n\bar{a}}{m-n}$

$$\frac{m\bar{b} - n\bar{a}}{m-n}$$

CHAPTER NO : 06

Line & Plane

MCQ

1- اگر خطوط $x = y = z$ اور $\frac{x-1}{k} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{k-1}$ ایک دوسرے پر عمود ہوں تو..... $k =$

- a) $11/4$ b) $-11/4$ c) $11/2$ d) $4/11$

2) اگر خطوط $\frac{x-1}{k} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-5}{1}$ اور $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-4}{-k}$ ہم مستوی ہوں تو----- $k =$

- a) $1, -1$ b) $0, -3$ c) ± 3 d) $0, -1$

3) خطوط $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ اور $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z-4}{6}$ ----- ہیں

- a) عمودی خطوط b) قاطع خط c) skew d) منطبق

4) خط $3x+1=6y-2=1-z$ کے d.r.s. ----- ہیں۔

- a) $2, 1, 6$ b) $2, 1, -6$ c) $2, -1, 6$ d) $-2, 1, 6$

5) مستوی $2x - y + 2z = 3$ کے normal کے d.c.s ----- ہیں

- a) $\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$ b) $\frac{-2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{-2}{3}$ c) $\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}$ d) $\frac{2}{3}, \frac{-1}{3}, \frac{-2}{3}$

6) اگر مستوی $\vec{r} \cdot (2\hat{i} - \lambda\hat{j} + \hat{k}) = 5$ اور $\vec{r} \cdot (4\hat{i} - \hat{j} + \mu\hat{k}) = 5$ مستوازی ہوں تو λ اور μ کی قیمتیں

- a) $\frac{1}{2}, -2$ b) $\frac{-1}{2}, 2$ c) $-\frac{1}{2}, -26$ d) $\frac{1}{2}, 2$

2 Marks Questions

1- خط کی سمتی مساوات معلوم کیجئے جو نقطہ جس کا مقامی سمتیہ $\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ سے گزرتا ہے اور سمتیہ $\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$ کے متوازی ہیں۔

2) خط کی سمتی مساوات معلوم کیجئے جو نقاط جس کا مقامی سمت $3\hat{i} + 4\hat{j} - 7\hat{k}$ اور $6\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ سے گزرتا ہے۔

3) خط کی سمتی مساوات معلوم کیجئے جو نقطہ جس کا مقامی سمتیہ $\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ سے گزرتا ہے اور دو سمتیہ $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ اور $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ پر عمود ہے۔

4) خط کا رتبہ مساوات معلوم کیجئے جو نقطہ $A(-1, 2, 1)$ سے گزرتا ہے اور اسکے d.r.s. $2, 3, 1$ ہیں۔

(5) دکھائیے کہ خط $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+4}{-2}$ مبدار سے گزرتا ہے۔

(6) مستوی کی سمتی مساوات معلوم کیجئے جو مبدار سے 42 اکائی فاصلہ پر واقع ہے اور اس کا $2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ ہے۔

(7) مستوی $6X - 2Y + 3Z - 7 = 0$ کا مبدار سے عمودی فاصلہ معلوم کیجئے۔

(8) مستوی $2X + 6Y - 3Z = 63$ مبداء سے عمودی پایہ کے محدود معلوم کیجئے۔

(9) مستوی کی سمتی مساوات معلوم کیجئے جو نقطہ جس کا مقامی سمتیہ $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ سے گزرتا ہے اور سمتیہ $4\hat{i} + 5\hat{j} + 6\hat{k}$ پر عمود ہے۔

(10) مستوی کی سمتی مساوات معلوم کیجئے جو نقطہ $A(7,8,6)$ سے گزرتا ہے اور اس کے normal کے d.r.s. 0,2,5 ہیں۔

(11) خط کی کار تیبسی مساوات معلوم کیجئے جو نقاط $A(2,2,1)$ اور $B(1,3,0)$ سے گزرتا ہے۔

03/04 Marks Questions

(1) دکھائیے کہ خطوط $\frac{x+10}{-1} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-1}{4}$ اور $\frac{x+1}{-10} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-4}{1}$ ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں اور ان کے نقطہ تقاطع کے محدود معلوم کیجئے۔

(2) خط نقطہ $(3,-1,2)$ سے گزرتا ہے اور دو خطوط $\bar{r} = (\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) + \lambda(2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$ اور $\bar{r} = (2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}) + \mu(\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k})$ پر عمود ہوتا ہے اس کی مساوات معلوم کیجئے۔

(3) نقطہ $(2,-3,1)$ سے خط $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+1}{-1}$ کا عمودی فاصلہ معلوم کیجئے۔

(4) عمودی پایہ کے محدود معلوم کیجئے جو نقطہ جس کا مقامی سمتیہ $2\hat{i} - \hat{j} + 5\hat{k}$ سے خط $\bar{r} = (11\hat{i} - 2\hat{j} - 8\hat{k}) + \lambda(10\hat{i} - 4\hat{j} - 11\hat{k})$ پر کھینچا جاتا ہے۔

(5) خطوط $\bar{r} = (4\hat{i} - 2\hat{j}) + \lambda(\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k})$ اور $\bar{r} = (\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}) + \mu(\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k})$ کا کم سے کم درمیانی فاصلہ (Shortest Distance) معلوم کیجئے۔

(6) خطوط $\frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1}$ اور $\frac{x-3}{2} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}$ کا کم سے کم درمیانی فاصلہ معلوم کیجئے۔

(7) کم سے کم درمیانی فاصلہ کو محسوب کرتے ہوئے دکھائیے کہ خطوط ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں۔

i) $\hat{r} = (\hat{i} - \hat{j}) + \lambda(2\hat{i} + \hat{k})$ & $\hat{r} = (2\hat{i} - \hat{j}) + \mu(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$

ii) $\frac{x-5}{4} = \frac{y-7}{-5} = \frac{z+3}{-}$ & $\frac{x-8}{7} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-5}{3}$

(8) اگر خطوط $\frac{x-3}{1} = \frac{y-k}{2} = \frac{z}{1}$ اور $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{4}$ ایک دوسرے کو قطع کرتے ہو تو k کی قیمت معلوم کیجئے

(9) خطی قسمتی مساوات معلوم کیجئے جو نقطہ $A(-2, 7, 5)$ سے گزرتی ہیں اور سمتیہ $4\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ اور $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ کے متوازی ہیں۔

(10) مستوی کی کارتیسی مساوات معلوم کیجئے۔

CHAPTER NO : 08

LINEAR PROGRAMMING

MCQ

$5x + 2y \leq 10, 3x + 5y \leq 15$ جبکہ $z = 5x + 3y$ کی اعظم قیمت ----- ہے جبکہ $(x, y \geq 0)$ (1)

- a) 235 b) $\frac{235}{9}$ c) $\frac{235}{19}$ d) $\frac{235}{3}$

$2x + y \leq 10, x + 3y \leq 70$ جبکہ $z = x + y$ پر کس نقطہ پر z کی اعظم قیمت ہے جبکہ $(x, y \geq 0)$ (2)

- a) (30, 25) b) (20, 35) c) (35, 20) d) (40, 15)

اگر کسی feasible solution کے کونے (corners) کے نقاط $(0, \frac{7}{3})$ اور $(0,0), (2,1), (3,0)$ پر $z = 4x + 5y$ کی اعظم قیمت ----- ہے (3)

- a) 12 b) 13 c) $\frac{35}{3}$ d) 0

اگر کسی feasible solution کے کونے (corners) کے نقاط $(4,0)$ اور $(2,2), (0,10)$ پر $z = 3x + 2y$ کی اقل قیمت ----- ہے (4)

- a) 10 b) 12 c) $\frac{10}{3}$ d) 0

01 Mark Question

ترتیبی طریقہ سے حل کیجیے۔

$3x + 4 \leq 0$ (iii)

$2y - 5 \geq 0$ (ii)

$2x - 3y \geq 0$ (i)

$3x + 2y \geq 0$ (vi)

$2x - 5y \geq 10$ (v)

$x + 2y \leq 6$ (iv)

02 Marks Questions

مندرجہ ذیل کے لیے feasible solution ترسیبی طریقہ سے معلوم کیجیے۔

- 1) $3x + 2y \leq 18, 2x + y \leq 10, x \geq 0, y \geq 0$
- 2) $2x + 3y \leq 6, x + y \geq 2, x \geq 0, y \geq 0$
- 3) $3x + 4y \geq 12, 4x + 7y \leq 28, y \geq 1, x \geq 0$
- 4) $x + 4y \leq 24, 3x + y \leq 21, x + y \leq 9, x \geq 0, y \geq 0$
- 5) $0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 3, x + y \leq 5, 2x + y \geq 4$

03/04 Marks Questions

مندرجہ ذیل میں دیے گئے L.P.P. کو تقسیمی طریقہ سے حل کیجیے۔

- 1) Maximize : $z = 11x + 8y$ subject to $x \leq 4, y \leq 6,$
 $x + y \leq 6, x \geq 0, y \geq 0.$
- 2) Maximize : $z = 4x + 6y$ subject to $3x + 2y \leq 12,$
 $x + y \geq 4, x, y \geq 0.$
- 3) Maximize : $z = 7x + 11y$ subject to $3x + 5y \leq 26$
 $5x + 3y \leq 30, x \geq 0, y \geq 0.$
- 4) Maximize : $z = 10x + 25y$ subject to $0 \leq x \leq 3,$
 $0 \leq y \leq 3, x + y \leq 5$ also find maximum value of $z.$
- 5) Maximize : $z = 3x + 5y$ subject to $x + 4y \leq 24, 3x + y \leq 21,$
 $x + y \leq 9, x \geq 0, y \geq 0$ also find maximum value of $z.$
- 6) Minimize : $z = 7x + y$ subject to $5x + y \geq 5, x + y \geq 3,$
 $x \geq 0, y \geq 0.$
- 7) Minimize : $z = 8x + 10y$ subject to $2x + y \geq 7, 2x + 3y \geq 15,$
 $y \geq 2, x \geq 0, y \geq 0.$
- 8) Minimize : $z = 6x + 21y$ subject to $x + 2y \geq 3, x + 4y \geq 4,$
 $3x + y \geq 3, x \geq 0, y \geq 0.$

Part 2

CHAPTER NO : 01

DIFFERENTIATION

MCQ

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sec^2(\tan^{-1}x)} \quad x = 1 \quad y = \sec(\tan^{-1}x) \quad (1)$$

- i) $\frac{1}{2}$ ii) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ iii) $\sqrt{2}$ iv) 1

$$y'(0) = \frac{1}{1 + y^2} \log(x + y) = 2xy \quad (2)$$

- i) 2 ii) 0 iii) -1 iv) 1

$$\frac{dx}{dy} = \frac{1}{x^y} \quad x^y = y^x \quad (3)$$

- i) $\frac{x(x \log y - y)}{y(y \log x - x)}$ ii) $\frac{y(y \log x - x)}{x(x \log y - y)}$ iii) $\frac{y^2(1 - \log x)}{x^2(1 - \log y)}$ iv) $\frac{y(1 - \log x)}{x(1 - \log y)}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\cos(2\sin^{-1}x)} \quad y = \sin(2\sin^{-1}x) \quad (4)$$

- i) $\frac{2-4x^2}{\sqrt{1-x^2}}$ ii) $\frac{2+4x^2}{\sqrt{1-x^2}}$ iii) $\frac{4x^2-1}{\sqrt{1-x^2}}$ iv) $\frac{1-2x^2}{\sqrt{1-x^2}}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{1+x^2} \quad -a < x < a \quad y = \tan^{-1}\left(\sqrt{\frac{a-x}{1+x}}\right) \quad (5)$$

- i) $\frac{x}{\sqrt{a^2-x^2}}$ ii) $\frac{a}{\sqrt{a^2-x^2}}$ iii) $\frac{-1}{2\sqrt{a^2-x^2}}$ iv) $\frac{1}{2\sqrt{a^2-x^2}}$

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_{\theta=\frac{\pi}{4}} = \frac{1}{a} (\sin\theta - \theta \cos\theta) \quad x = a(\cos\theta + \theta \sin\theta) \quad (6)$$

- i) $\frac{8\sqrt{2}}{a\pi}$ ii) $\frac{-8\sqrt{2}}{a\pi}$ iii) $\frac{a\pi}{8\sqrt{2}}$ iv) $\frac{4\sqrt{2}}{a\pi}$

01 Mark Questions

معلوم کیجیے۔ $\frac{dy}{dx}$

- i) $y = (x^3 - 2x - 1)^5$ ii) $y = \sqrt{x^2 + 4x - 7}$ iii) $y = \cos(x^2 + a^2)$
iv) $y = \log\left[\tan\left(\frac{x}{2}\right)\right]$ v) $y = \log(\sec 3x + \tan 5x)$

$$\text{vi) } y = \tan [\cos (\sin x)] \quad \text{vii) } y = \log [\sec(e^{x^2})]$$

$$\text{viii) } y = [\log[\log(\log x)]]^2 \quad \text{ix) } y = \sqrt{e^{3x+2} + 5}$$

$$\text{x) } y = \cot^{-1}[\cot(e^{x^2})] \quad \text{xi) } y = \cos^{-1}\left(\frac{1}{\cos 5x}\right) \quad \text{xii) } y = \tan^{-1}(\log x)$$

02 Marks Questions

معلوم کیجیے۔ $\frac{dy}{dx}$

$$\text{i) } y = \log [\tan^3 x \times \sin^4 x \times (x^2 + 7)^7]$$

$$\text{ii) } y = (25^{\log_5 \sec x}) - (16^{\log_4 \tan x})$$

$$\text{iii) } y = \sin^2(x^2) - \cos^2(x^2)$$

$$\text{iv) } y = 5^{\sin^2 x + 3}$$

$$\text{v) } y = \cos^{-1} \left(\sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}} \right)$$

$$\text{vi) } y = \cos^{-1} \left(\sqrt{\frac{1 - \cos(x^2)}{2}} \right)$$

$$\text{vii) } y = \tan^{-1} \left[\sqrt{\frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}} \right]$$

$$\text{viii) } y = \tan^{-1} \left(\frac{8x}{1 - 15x^2} \right)$$

$$\text{ix) } y = \cot^{-1} \left[\frac{1 + 35x^2}{2x} \right]$$

$$\text{x) } y = (\sin x)^x$$

$$\text{xi) } y = x^{\tan^{-1} x}$$

$$\text{xii) } y = x^x$$

$$\text{xiii) } x = at^2, y = 2at$$

$$\text{xiv) } x = \operatorname{cosec}^2 \theta, y = \cot^3 \theta \text{ at } \theta = \frac{\pi}{6}$$

$$\text{xv) } x = a(1 - \cos\theta), \quad y = b(\theta - \sin\theta)$$

$$\text{xvi) } \frac{(x+1)^2}{(x+2)^3 (x+3)^4}$$

$$\text{xvii) } y = \sqrt{\tan x + \sqrt{\tan x + \sqrt{\tan x + \cdots \infty}}}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sec^2 x}{2y-1} \text{ کے لیے کھائیے}$$

$$\text{xviii) } y = \tan^{-1}(\sqrt{x})$$

$$\text{xix) } y = \cos^3[\cos^{-1}(x^3)]$$

$$\text{xx) } y = \log[4^{2x} \left(\frac{x^2+5}{x+7}\right)^{3/2}]$$

03/04 Marks Questions

$\frac{dy}{dx}$ معلوم کیجیے۔

$$\text{i) } y = \sin^{-1} \left(\frac{4 \sin x + 5 \cos x}{\sqrt{41}} \right)$$

$$\text{ii) } y = \cos^{-1} \left(\frac{3 \cos 3x - 4 \sin 3x}{5} \right)$$

$$\text{iii) } y = \sin^{-1} \left(\frac{1-x^2}{1+x^2} \right)$$

$$\text{iv) } y = \sin^{-1} \left(\frac{4^{x+1/2}}{1+2^{4x}} \right)$$

$$\text{v) } y = \cot^{-1} \left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} \right)$$

$$\text{vi) } y = \tan^{-1} \left(\frac{5-x}{6x^2-5x-3} \right)$$

$$\text{vii) } y = (\log x)^x - (\cos x)^{\cot x}$$

$$\text{viii) } y = x^{e^x} + (\log x)^{\sin x}$$

$$\text{ix) } \cos(xy) = x + y$$

$$\text{x) } y = (\sin x)^{\tan x} + (\cos x)^{\cot x}$$

$$\text{xi) } \sec\left(\frac{x^5+y^5}{x^5-y^5}\right) = a^2$$

$$\text{xii) } \log\left(\frac{x^{20}-y^{20}}{x^{20}+y^{20}}\right) = 20$$

$$\text{xiii) } \sin\left(\frac{x^3-y^3}{x^3+y^3}\right) = a^3$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-99x^2}{101y^2} \text{ کہ ہو تو دکھائیے کہ } \log_{10}\left(\frac{x^3-y^3}{x^3+y^3}\right) = 2 \text{ (xiv)}$$

$$\frac{dy}{dx} = -e^{y-x} \text{ کہ ہو تو دکھائیے کہ } e^x + e^y = e^{x+y} \text{ اگر (xv)}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\log x}{(1+\log x)^2} \text{ کہ ہو تو دکھائیے کہ } x^y = e^{x-y} \text{ اگر (xvi)}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{e^x-1}}{2} \text{ کہ ہو تو دکھائیے کہ } x = \log(1+t^2), y = t - \tan^{-1}t \text{ اگر (xvii)}$$

$$\text{xviii) Diff. } \sin^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right) \text{ w.r.t. } \cos^{-1}\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)$$

$$\text{xix) Diff. } \tan^{-1}\left(\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\right) \text{ w.r.t. } \sec^{-1}\left(\frac{1}{2x^2-1}\right)$$

$$\text{xx) Diff. } \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}\right) \text{ w.r.t. } \tan^{-1}\left(\frac{2x\sqrt{1-x^2}}{1-2x^2}\right)$$

$$(1+x^2) \frac{d^2y}{dx^2} + (2x-m) \frac{dy}{dx} = 0 \text{ کہ ہو تو دکھائیے کہ } y = e^{m \tan^{-1}x} \text{ اگر (xxi)}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 0 \text{ کہ ہو تو دکھائیے کہ } \sec^{-1}\left(\frac{7x^3-5y^3}{7x^3+5y^3}\right) = m \text{ (xxii)}$$

$$(1-x^2) \frac{dy}{dx} - x \frac{dy}{dx} + m^2 y = 0 \text{ کہ ہو تو دکھائیے کہ } y = \sin(m \cos^{-1}x) \text{ (xxiii)}$$

$$(x^2+a^2) \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} = 0 \text{ کہ ہو تو دکھائیے کہ } y = \log(x + \sqrt{x^2+a^2})^m \text{ (xxiv)}$$

(2) اگر $u, y = f(x)$ کا مشتقی تفاعل ہے اور $x, u = g(x)$ کا مشتقی تفاعل ہو تو اور $y = f[g(x)]$ ہو تو ثابت کیجئے کہ $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dx} \times \frac{dx}{dx}$

(3) اگر $x, y = f(x)$ کا مشتقی تفاعل ہے وقفہ I میں ہے، جہاں $\frac{dy}{dx} \neq 0$ جہاں $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\frac{dy}{dx}}$

(4) اگر $t, y = g(t), sf(t)$ کی مشتقی تفاعل ہو تو ثابت کیجئے کہ γ کا سمتی تفاعل ہے اور $\frac{dy}{dx} = \frac{dy/dt}{dx/dt}$

CHAPTER NO : 02

APPLICATION OF DERIVATIVES

MCQ

اگر $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 18$ ہو تو Strickly decreasing $f(x)$ ہے اگر (1)

x=-----

- a) $(-\infty, 1)$ b) $[3, \infty)$ c) $(-\infty, 1] \cup [3, \infty)$ d) $(1, 3)$

اگر $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1}$ 'x' حقیقی عدد ہے۔ تو $f(x)$ کی اقل قیمت (minimal value) (2)

- a) 1 b) c) -1 d) 2

منحنی $x^2 + 2xy - 3y^2 = 0$ پر (1,1) نقطہ normal (3)

(a) منحنی کو ایک بار پھر دوسرے ربع میں قطع کرتا ہے۔

(b) منحنی کو پھر سے قطع نہیں کرتا ہے۔

(c) منحنی کو ایک بار پھر تیسرے ربع میں قطع کرتا ہے۔

(d) منحنی کو ایک بار پھر چوتھے ربع میں قطع کرتا ہے۔

اگر $f(x) = 3x + \frac{1}{3x}$ ہو تو $f(x)$ ----- نقطہ پر increasing ہے۔ (4)

- a) $(\frac{1}{13}, 1)$ b) $(1, \frac{1}{3})$ c) $(\frac{1}{3}, -1)$ d) $(-\frac{1}{3}, 1)$

عدد 30 کو دو اعداد میں تقسیم کرتے ہیں کہ ان کا حاصل ضرب اعظم ہے۔ وہ اعداد ----- ہیں۔ (5)

- a) 15,15 b) 16,14 c) 17, 13 d) 18, 12

02 Marks Questions

(1) مندرجہ ذیل میں دیے گئے منحنی کے مماس اور normal کی مساوات دیے گئے نقطہ پر معلوم کیجیے۔

i) $y = x^2 + 2e^x + 2$ at (0,4)

ii) $x^3 + y^3 - 9xy = 0$ at (2,4)

iii) $x = \sin\theta, y = \cos 2\theta$ at $\theta = \frac{\pi}{6}$

(2) اگر خط $y = 4x - 5$ ، منحنی $y^2 = ax^3 + b$ پر (2,3) نقطہ پر مماس کرتا ہے تو a اور b معلوم کیجیے۔

(3) منحنی $y = x^3 - 2x^2 - x$ پر واقع نقطہ معلوم کیجیے۔ جہاں مماس خط $3x - y + 1 = 0$ کے متوازی ہے۔

(4) منحنی پر واقع نقطہ معلوم کیجیے جہاں مماس خط $6x + 3y - 5 = 0$ پر عمود ہے۔

(5) کرہ نما صابن کے بلبہ کے نصف قطر میں اضافہ کی شرح 0.02 cm/sec ہو تو کس شرح پر سطح کے رقبہ میں اضافہ ہوتا ہے جبکہ نصف قطر 5 cm ہے۔

(6) ایک مکعب کے ضلع میں کمی کی شرح 0.6 cm/sec ہو تو اس مکعب کے حجم میں کمی کی شرح معلوم کیجیے۔ جبکہ مکعب کا ضلع 2 cm ہے۔

(7) مندرجہ ذیل میں دیے گئے تفاعل increasing ہے یا decreasing جانچ کیجیے۔

i) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 16, x \in R$

ii) $f(x) = x - \frac{1}{x}; x \in R, x \neq 0$

(8) x کی قیمت معلوم کیجیے اگر تفاعل strictly increasing ہے۔

i) $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 6$

ii) $f(x) = 3 + 3x - 3x^2 + x^3$

(9) x کی قیمت معلوم کیجیے اگر تفاعل strictly decreasing ہے۔

i) $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 6$

ii) $f(x) = x + \frac{25}{x}$

(10) دکھائیے کہ $f(x) = x - \cos x$ increasing ہے تمام x کے لیے۔

(11) ایک دھاتی تار کی لمبائی 36 میٹر ہے۔ اسے موڑ کر ایک مستطیل بنایا جاتا ہے تو اس مستطیل کے ابعاد (dimensions) معلوم کیجیے، جبکہ مستطیل کا رقبہ اعظم ہے۔

(12) ایک گیند کو ہوا میں اچھالا جاتا ہے تو اس کی اونچائی t وقت میں دی گئی ہے۔ $h = 3 + 14t - 5t^2$ ہے تو اعظم اونچائی معلوم کیجیے۔

03/04 Marks Questions

(1) مندرجہ ذیل میں دیے گئے تفاعل کی اعظم اور اقل قیمت معلوم کیجیے۔

i) $f(x) = 5x^3 + 2x^2 - 3x$

ii) $f(x) = 2x^2 - 21x^2 + 36x - 20$

iii) $f(x) = x \log x$

(2) ایک مثلث کا قاعدہ 10 cm ہے۔ اگر ایک ضلع 4 cm ہے تو بقیہ دونوں اضلاع کی لمبائی معلوم کیجیے۔ جبکہ مثلث کا رقبہ زیادہ سے زیادہ ہے؟

(3) ایک box کا قاعدہ مربع ہے اور جو کہ اوپر کی جانب سے کھلا ہوا ہے اگر box کی سطح کا رقبہ 192 sq cm ہو تو box کے ابعاد کیا ہوں گے؟ جبکہ box کا حجم اعظم ہے۔

(4) منحنی $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$ کے مماس کی مساوات معلوم کیجیے جو X-محور کے متوازی ہے۔

(5) منحنی $3x^2 - y^2 = 8$ کے normal کی مساوات معلوم کیجیے۔ جو خط $x + 3y = 4$ کے متوازی ہے۔

(6) کرہ نما غبارہ کی سطح کا رقبہ میں اضافہ کی شرح $2\text{cm}^2/\text{sec}$ ہو تو کس شرح پر غبارہ کے حجم میں اضافہ ہوتا ہے اگر غبارہ کا نصف قطر 6cm ہے۔

کرہ کے حجم میں اضافہ کی شرح $20\text{cm}^3/\text{sec}$ ہے تو اس کے سطح کے رقبہ میں اضافہ کی شرح معلوم کیجیے۔ جبکہ نصف قطر 5cm ہے۔

CHAPTER NO : 03

INTEGRATION

MCQ

1) $\int \frac{\sqrt{\cot x}}{\sin x \cos x} dx = \dots$

- a) $2\sqrt{\cot x} + c$ b) $-2\sqrt{\cot x} + c$ c) $\frac{1}{2}\sqrt{\cot x} + c$ d) $\sqrt{\cot x} + c$

2) $\int \frac{e^x(x-1)}{x^2} dx = \dots$

- a) $\frac{e^x}{x} + c$ b) $\frac{e^x}{x^2} + c$ c) $(x - \frac{1}{x})e^x + c$ d) $xe^{-x} + c$

3) $\int \sin(\log x) dx = \dots$

- a) $\frac{x}{2} [\sin(\log x) - \cos(\log x)] + c$ b) $\frac{x}{2} [\sin(\log x) + \cos(\log x)] + c$
c) $\frac{x}{2} [\cos(\log x) - \sin(\log x)] + c$ d) $\frac{x}{4} [\cos(\log x) - \sin(\log x)] + c$

4) $\int x^x(1 + \log x) dx = \dots$

- a) $\frac{1}{2}(1 + \log x)^2 + c$ b) $x^{2x} + c$ c) $x^x \log x + c$ d) $x^x + c$

5) $\int [\sin(\log x) + \cos(\log x)] dx = \dots$

- a) $x \cos(\log x) + c$ b) $\sin(\log x) + c$ c) $\cos(\log x) + c$ d) $x \sin(\log x) + c$

6) If $f(x) = \frac{\sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}}$, $g(x) = e^{\sin^{-1} x}$ then $\int f(x) \cdot g(x) dx = \dots$

- a) $e^{\sin^{-1} x} (\sin^{-1} x - 1) + c$ b) $e^{\sin^{-1} x} (1 - \sin^{-1} x) + c$
c) $e^{\sin^{-1} x} (\sqrt{\sin^{-1} x} + 1) + c$ d) $e^{\sin^{-1} x} (\sqrt{\sin^{-1} x} - 1) + c$

7) $\int \frac{x - \sin x}{1 - \cos x} dx = \dots$

- a) $x \cot\left(\frac{x}{2}\right) + c$ b) $-x \cot\left(\frac{x}{2}\right) + c$ c) $\cot\left(\frac{x}{2}\right) + c$ d) $x \tan\left(\frac{x}{2}\right) + c$

1 Mark Question

مندرجہ ذیل کو حل کیجیے۔

1) $\int \tan^2 x dx$ 2) $\int \frac{x}{x+2} dx$ 3) $\int \frac{\sin 2x}{\cos x} dx$ 4) $\int \cot^2 x dx$ 5)

$\int \frac{(\log x)^n}{x} dx$

6) $\int \frac{(\sin^{-1} x)^{3/2}}{\sqrt{1-x^2}} dx$ 6) $\int \log x dx$

2 Marks Questions

مندرجہ ذیل کو حل کیجیے

1) $\int \frac{e^x \log(\sin e^x)}{\tan(e^x)} dx$ 2) $\int \frac{\sin(x-a)}{\cos(x-b)} dx$ 3) $\int \frac{2\sin x \cos x}{3\cos^2 x + 4\sin^2 x} dx$

4) $\int \int \frac{1}{x \log x \log(\log x)} dx$ 5) $\int x^5 \sqrt{a^2 + x^2} dx$ 6) $\int (2x + 1) \sqrt{x + 2} dx$

7) $\int \frac{1}{x^2 + 8x + 12} dx$ 8) $\int \frac{1}{4x^2 - 20x + 17} dx$ 9) $\int \frac{1}{\sqrt{3x^2 + 5x + 7}} dx$ 10) $\int x^2 \log x dx$

11) $\int \frac{\log(\log x)}{x} dx$ 12) $\int x \sin x dx$ 13) $\int e^x (2 + \cot x - \operatorname{cosec}^2 x) dx$

14) $\int e^x \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx$ 15) $\int e^x \left(\frac{x \log x + 1}{x} \right) dx$ 16) $\int e^x \sin x dx$

03/04 Marks Questions

1) $\int \frac{\sin x + 2 \cos x}{3 \sin x + 4 \cos x} dx$ 2) $\int \frac{20 + 12e^x}{3e^x + 4} dx$ 3) $\int \tan^5 x dx$

4) $\int \frac{1}{\cos 2x + 3 \sin^2 x} dx$ 5) $\int \frac{1}{3 + 2 \sin x} dx$ 6) $\int \frac{1}{3 + 2 \sin x - \cos x} dx$

7) $\int \frac{1}{3 + 2 \sin 2x + 4 \cos 2x} dx$ 8) $\int \frac{3x + 4}{x^2 + 6x + 5} dx$ 9) $\int \sqrt{\frac{x-7}{x-9}} dx$

10) $\int \frac{3 \cos x}{4 \sin^2 x + 4 \sin x - 1} dx$ 11) $\int \sqrt{\frac{9-x}{x}} dx$ 12) $\int x \tan^{-1} x dx$

13) $\int \cos \sqrt{x} dx$ 14) $\int e^{ax} \sin(bx + c) dx$ 15) $\int \sec^3 x dx$

16) $\int x^3 \sin 3x dx$ 17) $\int \frac{x^2 + 2}{(x-1)(x+2)(x+3)} dx$ 18) $\int \frac{1}{\sin x + \sin 2x} dx$

19) $\int \frac{3x-2}{(x+1)^2(x+3)} dx$ 20) $\int \frac{x^2}{(x^2+1)(x^2-2)(x^2+3)} dx$ 21) $\int \frac{2 \log x + 3}{x(3 \log x + 2)[(\log x)^2 + 1]} dx$

(22) اگر $x = \phi(t)$ کا مشتقی تفاعل ہو تو ثابت کیجیے کہ $\int f(x)dx = \int f[\phi(t)] \phi'(t)dt$

(23) ثابت کیجیے کہ

$$\int \frac{1}{x^2 + a^2} dx = \frac{1}{a} \tan^{-1} \left(\frac{x}{a} \right) + c$$

$$\int \frac{1}{x^2 - a^2} dx = \frac{1}{2a} \log \left| \frac{x - a}{x + a} \right| + c$$

$$\int \frac{1}{a^2 - x^2} dx = \frac{1}{2a} \log \left| \frac{a + x}{a - x} \right| + c$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = \sin^{-1} \left(\frac{x}{a} \right) + c$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2 - a^2}} dx = \log \left| x + \sqrt{x^2 - a^2} \right| + c$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}} dx = \log \left| x + \sqrt{x^2 + a^2} \right| + c$$

$$\int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2} \sin^{-1} \left(\frac{x}{a} \right) + c$$

$$\int \sqrt{x^2 - a^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{x^2 - a^2} - \frac{a^2}{2} \log \left| x + \sqrt{x^2 - a^2} \right| + c$$

$$\int \sqrt{x^2 + a^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{x^2 + a^2} + \frac{a^2}{2} \log \left| x + \sqrt{x^2 + a^2} \right| + c$$

$$\int u \cdot v dx = u \int v dx - \left\{ \int \frac{du}{dx} \int v dx \right\} dx$$

CHAPTER NO : 04 & 05

DEFINITE INTEGRATION & IT'S APPLICATIONS

MCQ

1) $\int_2^3 \frac{dx}{x(x^3-1)} = \dots$

- a) $\frac{1}{3} \log\left(\frac{208}{189}\right)$ b) $\frac{1}{3} \log\left(\frac{189}{208}\right)$ c) $\log\left(\frac{208}{189}\right)$ d) $\log\left(\frac{189}{208}\right)$

2) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1+x}-\sqrt{x}} = \frac{k}{3}$ then k=-----

- a) $\sqrt{2}(2\sqrt{2}-2)$ b) $\frac{\sqrt{2}}{3}(2-2\sqrt{2})$ c) $\frac{2\sqrt{2}-2}{2}$ d) $4\sqrt{2}$

3) $\int_2^e \left[\frac{1}{\log x} - \frac{1}{(\log x)^2} \right] dx = a + \frac{b}{\log 2}$ then

- A) a=e, b=-2 B) a=e, b=2 C) a=-e, b=2 D) a=-e, b=-2

4) $\int_0^9 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-\sqrt{9-x}} dx = \dots$

- a) 9 b) 9/2 c) 0 d) 1

5) $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \log\left(\frac{2+\sin x}{2-\sin x}\right) dx = \dots$

- a) 0 b) 1 c) 2 d) π

6) خطہ کارقبہ کیا ہو گا جو منحنی $y = \frac{1}{x}$ اور خطوط $x = e$ اور $x = e^2$ سے گھرا ہوا ہے۔

- a) 1 sq. unit b) $\frac{1}{2}$ sq. unit c) $\frac{3}{2}$ sq. unit d) $\frac{5}{2}$ sq. unit

7) منحنی $y = x^3$ اور $-x$ محور اور خطوط $x = -2$ ، $x = 1$ سے گھرے ہوئے خطے کارقبہ۔

- a) -9 sq. unit b) $-\frac{15}{4}$ sq. unit c) $\frac{15}{4}$ sq. unit d) $\frac{15}{4}$ sq. unit

8) دائرہ $x^2 + y^2 = 25$ کارقبہ پہلے ربع میں۔

- a) $\frac{25\pi}{3}$ sq. units b) 5π sq. units c) 5 sq. units d) 3 sq. units

9) شیبہ $X^2 = y$ اور خط $y = x$ سے گھرا ہوا خطہ کارقبہ

- a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{6}$ d) $\frac{1}{12}$

2 Marks Questions

مندرجہ ذیل کو حل کیجیے۔

$$1) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \log(\tan x) dx \quad 2) \int_0^1 \log\left(\frac{1}{x} - 1\right) dx \quad 3) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x - \cos x}{1 + \sin x \cos x} dx$$

$$4) \int_{-3}^3 \frac{x^3}{9-x^2} dx \quad 5) \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} x^3 \sin^4 x dx \quad 6) \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sec^4 x dx \quad 7) \int_{-1}^1 \frac{x^2+2}{\sqrt{x^2+4}} dx$$

$$8) \int_0^{1/\sqrt{2}} \frac{\sin^{-1} x}{(1-x^2)^{3/2}} dx \quad 9) \int_2^3 \frac{\cos(\log x)}{x} dx$$

(9) خطہ کارقبہ معلوم کیجیے جو مندرجہ ذیل میں دی گئی منحنی، x -محور اور دیے گئے خطوط سے گھرا ہوا ہے۔

$$\text{i) } y=2x, x=0, x=5 \quad \text{ii) } y=\sin x, x=0, x=\frac{\pi}{2} \quad \text{iii) } xy=2, x=1, x=2$$

(10) خطہ کارقبہ معلوم کیجیے جو منحنی $y = 4 - x^2$ اور x -محور سے گھرا ہوا ہے۔

03/04 Marks Questions

مندرجہ ذیل کو حل کیجیے۔

$$1) \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sec^2 x}{3 \tan^2 x + 4 \tan x + 1} dx \quad 2) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{5+4 \cos x} dx$$

$$3) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{(1+\sin x)(2+\sin x)} dx \quad 4) \int_0^1 \frac{\log(x+1)}{x^2+1} dx \quad 5) \int_0^1 \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} dx$$

$$6) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \tan^{-1}(\sin x) dx$$

(7) خطہ کارقبہ معلوم کیجیے جو دو منحنی $y^2 = 2x$ اور خط $y=2x$ سے گھرا ہوا ہے۔

(8) خطہ کارقبہ معلوم کیجیے جو دو منحنی $y^2 = 4x$ اور خط $y=x$ سے گھرا ہوا ہے۔

(9) خطہ کارقبہ معلوم کیجیے جو دو منحنی $y^2 = 4ax$ اور خط $y=x$ سے گھرا ہوا ہے۔

(10) ثابت کیجیے کہ

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(t)dt$$

$$\int_a^b f(x)dx = - \int_b^a f(x)dx$$

$$a < c < b \int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$$

$$\int_0^a f(x)dx = \int_0^a f(a-x)dx$$

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(a+b-x)dx$$

$$\int_0^{2a} f(x)dx = \int_0^a f(x)dx + \int_0^a f(2a-x)dx$$

$$\int_{-a}^a f(x)dx = \begin{cases} 0 & f(x) \text{ is odd function} \\ \int_0^a f(x)dx & f(x) \text{ is even function} \end{cases}$$

CHAPTER NO : 06

DIFFERENTIAL EQUATION

MCQ

(1) مستقی مساوات $\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} = \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^{3/2}$ کا order اور degree بالترتیب

- (a) 2, 1 (b) 1, 2 (c) 3, 2 (d) 2, 3

(2) مساوات $y = c^2 + \frac{c}{x}$ کی مشتقی مساوات

(a) $x^4 \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - x \frac{dy}{dx} = y$ (b) $\frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = 0$

(c) $x^3 \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + x \frac{dy}{dx} = y$ (d) $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} - y = 0$

(3) $x^4 + y^2 = a^2$ کا حل

(a) $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} - y = 0$ (b) $y = x \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} + a^2y$ (c) $y = x \frac{dy}{dx} +$

$a \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$ (d) $\frac{d^2y}{dx^2} = (n + 1) \frac{dy}{dx}$

(4) مساوات $\frac{1}{x} \frac{dy}{dx} = \tan^{-a} x$ کا حل

(a) $\frac{x^2 \tan^{-1} x}{2} + c = 0$ (b) $x \tan^{-1} x + c = 0$

(c) $x - \tan^{-1} x = c$ (d) $y = \frac{x^2 \tan^{-1} x}{2} - \frac{1}{2}(x - \tan^{-1} x) + c$

(5) مستقی مساوات $Y \frac{dy}{dx} + x = 0$ کسی کتبہ کا ظاہر کرتی ہے۔

- (a) Circle (b) parabola (c) ellipse (d) hyperbole

02 Marks Questions

(1) مندرجہ ذیل میں دی گئی مشتقی مساوات کیلئے order اور degree معلوم کیجئے۔

(i) $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} + y = 2 \sin x$ (ii) $\sqrt[3]{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} = \frac{d^2y}{dx^2}$

(iii) $\frac{dy}{dx} = \frac{2 \sin x + 3}{\frac{dy}{dx}}$ (iv) $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} + x = \sqrt{1 + \frac{d^2y}{dx^2}}$

(v) $(y)^2 + 3y^{11} + 3xy' + 5y = 0$

(vi) $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^{1/2} - \left(\frac{dy}{dx}\right)^{1/3} = 20$

(2) مندرجہ ذیل کیلئے مشتقی مساوات معلوم کیجئے۔

(i) $x^3 + y^3 = 4ax$ (ii) $Ax^2 + By^2 = 1$
(iii) $y = A \cos(\log_n) + B \sin(\log_n)$ (iv) $y^2 = 9x + c)^3$
(v) $y = Ae^{5x} + Be^{-5x}$ (iv) $y_0 = C_1e^{2x} + C_2e^{5x}$

(3) مندرجہ ذیل میں دی گئی مشتقی سوالات حل کیجئے۔

i) $\frac{dy}{dx} = \frac{1+y^2}{1+x^2}$ ii) $\log\left(\frac{dy}{dx}\right) = 2x + 3y$ iii) $2e^{x+2y} dx - 3dy = 0$

iv) $\cos x \cos y dy - \sin x \sin y dx = 0$

(4) مندرجہ ذیل میں دی گئی مشتقی مساوات کو حل کیجئے۔

i) $\frac{dy}{dx} = \cos(x + y)$ ii) $x + y \frac{dy}{dx} = \sec(x^2 + y^2)$

iii) $x \sin\left(\frac{y}{x}\right) dy = \left[y \sin\left(\frac{y}{x}\right) - x\right] dx$

iv) $x \frac{dy}{dx} - y + x \sin\left(\frac{y}{x}\right) = 0$

مندرجہ ذیل میں دی گئی مشتقی مساوات کو حل کیجئے۔

$x dy + 2y dx = 0$ (1)

$\frac{dy}{dx} + \frac{x-2y}{2x-y} = 0$ (2)

$y^3 dx + (xy + x^2) dy = 0$ (3)

$y^2 - x^2 \frac{dy}{dx} = xy \frac{dy}{dx}$ (4)

مندرجہ ذیل میں دی گئی مشتقی مساوات کا مخصوص حل معلوم کیجئے۔

i) $3e^x \tan y dx + (1 + e^x) \sec^2 y dy = 0$ جبکہ $y = \pi, x = 0$

ii) $\cos\left(\frac{dy}{dx}\right) = a, a \in R, y(0) = 2$

iii) $2(e^y + 1)\cos x + e^y \sin x \frac{dy}{dx} = 0; x = \frac{\pi}{6}, y = 0$

iv) $xy \frac{dy}{dx} = x^2 + 2y^2; y(1) = 0$

03/04 Marks Question

(1) مشقی سوالات کو حل کیجیے۔

i) $(1 + 2e^{x/y}) + (1 - \frac{x}{y}) \frac{dy}{dx} = 0$

ii) $2(1 + e^{x/y})dx + e^{x/y} (1 - \frac{x}{y}) dy = 0$

iii) $3x^2 \frac{dy}{dx} = x^2 + xy + y^2$

(2) ایک جسم کو $80^\circ C$ سے $50^\circ C$ تک سرد ہونے کے لیے 30 منٹ درکار ہوتے ہیں۔ جبکہ کمرہ کا درجہ حرارت $25^\circ C$ ہو تو 1 گھنٹے بعد جسم کا درجہ حرارت معلوم کیجیے۔

(3) بیٹری یا کی ایک مخصوص ثقافت میں اضافہ کی شرح موجودہ تعداد کے متناسب ہے۔ اگر 4 گھنٹے میں تعداد دگنا ہوتی ہے 12 گھنٹے میں تعداد میں اضافہ معلوم کیجیے۔

(4) کسی بھی وقت تابکار عناصر کے ٹوٹ جانے کی شرح اس وقت اس کی کمیت کے راست متناسب میں ہے۔ وقت معلوم کیجیے کہ اصل کمیت $1.5gm$ ٹوٹ کر $0.5gm$ ہوگی۔

CHAPTER NO : 07

PROBABILITY DISTRIBUTION

MCQ

(1) اگر X ایک مجرد بے لوٹ متغیر (Discrete Random Variable) ہو اور $P(X) = \frac{C}{x^3}$ جہاں $x = 1, 2, 3$ اور $P(X) = 0$ جبکہ $x = 0$ ہو تو

$$E(X) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{294}{297} \text{ (d) } \quad \frac{297}{294} \frac{294}{251} \text{ (b) } \quad \frac{343}{297} \text{ (a)}$$

(2) اگر X ایک مجرد بے لوٹ متغیر کیلئے احتمالی انتشار (Probability Distribution) مندرجہ ذیل ہو تو

X	-2	-1	0	1	2	3
P(X)	0.1	k	0.2	2k	0.3	K

$$P(X=-1) = \underline{\hspace{2cm}} \text{ ہو تو}$$

$$0.4 \text{ (d) } \quad 0.3 \text{ (c) } \quad 0.2 \text{ (b) } \quad 0.1 \text{ (a)}$$

(3) اگر X ایک مجرد بے لوٹ متغیر کیلئے احتمالی انتشار (Probability Distribution) مندرجہ ذیل ہو تو

X	1	2	3	4	5	6	7
P(X)	k	2k	2k	3k	k^2	$2k^2$	$7k^2 + k$

$$k = \underline{\hspace{2cm}} \text{ ہو تو}$$

$$\frac{1}{10} \text{ (d) } \quad \frac{1}{9} \text{ (c) } \quad \frac{1}{8} \text{ (b) } \quad \frac{1}{7} \text{ (a)}$$

(4) مندرجہ ذیل میں دیے گئے Probability Distribution کیلئے Variance کل $E(X)$ معلوم کیجیے۔

X	-2	-1	0	1	2
P(X)	0.3	0.4	0.2	0.15	0.25

$$-0.05 \text{ (d) } \quad 3.425 \text{ (c) } \quad 2.275 \text{ (b) } \quad 2.2475 \text{ (a)}$$

2 Marks Questions

(1) اگر ایک باسکیٹ میں 5 سرخ اور 2 کالی گیندیں ہیں۔ دو گیندوں کو بے سوجھے سمجھے نکالا جاتا ہے۔ اگر بے لوٹ متغیر کالی گیندوں کی تعداد کو ظاہر کرتا ہو تو X کی ممکنہ قیمت معلوم کیجیے؟

(2) مندرجہ ذیل میں دیا گیا p.m.f Probability Distribution ہے یا نہیں معلوم کیجیے۔

X	0	1	2
P(X)	0.4	0.4	0.2

(i)

X	0	1	2	3	4
P(X)	0.1	0.5	0.2	-0.1	0.2

(ii)

Z	0	1	2	3	4
P(Z)	0.3	0.2	0.4	0	0.05

(iii)

(3) اگر دو سکوں کو اچھالا جاتا ہے تو Heads کی تعداد کیلئے Probability Distribution معلوم کیجیے۔

(4) اگر تین سکوں کو اچھالا جاتا ہے تو Heads کی تعداد کیلئے Probability Distribution معلوم کیجیے۔

03/04 Marks Questions

X	-2	-1	0	1	2
P(X)	0.3	0.3	0.1	0.15	0.25

(1)

(2) ایک 30 بلب کے ذخیرہ میں سے 6 خراب بلب ہیں۔ اگر 4 بلب کے نمونہ کو نکالا جاتا ہے اور تبدیل کیا جاتا ہے تو خراب بلب کیلئے

Probability Distribution معلوم کیجیے۔

(3) اگر X ایک مجرد بے لوٹ متغیر کیلئے احتمالی انتشار (Probability Distribution) مندرجہ ذیل ہو تو

X	1	2	3	4	5	6	7
P(X)	k	2k	2k	3k	k^2	$2k^2$	$7k^2 + k$

معلوم کیجیے - (i) K (ii) $P(X < 3)$ (iii) $P(X > 4)$

4) Expected Value اور، Varinace، X کے لیے معلوم کیجیے۔ جہاں X دوپانسہ کو پھینکنے کی اوپری سطح پر آنے والے اعداد کا مجموعہ کو ظاہر کرتا ہے۔

5) فرض کیا کہ X دوپانسہ کو پھینکنے پر اوپری سطح کے اعداد کا مجموعہ ہو تو X کیلئے Expected value اور Varinace معلوم کیجیے۔

CHAPTER NO : 08

Binomial Distribution

MCQ

(۱) Binomial Distribution کا وسط اور variance بالترتیب 4 اور 2 ہیں۔ $p(x = 2) =$ _____

- a) $\frac{128}{256}$ b) $\frac{219}{256}$ c) $\frac{37}{256}$ d) $\frac{28}{256}$

(۲) اگر $x \sim B(4, p)$ اور $p(x = 0) = \frac{16}{81}$ ہو تو $p(x = 4) =$ _____

- a) $\frac{1}{16}$ b) $\frac{1}{81}$ c) $\frac{1}{27}$ d) $\frac{1}{8}$

(۳) اگر Binomial Distribution کا وسط اور variance بالترتیب 18 اور 12 ہو تو $n =$ _____

- a) 36 b) 54 c) 18 d) 27

(۴) اگر Binomial Distribution میں $n = 4$ اور $2p(x = 3) = 3p(x = 2)$ ہو تو $p =$ _____

- a) $\frac{4}{13}$ b) $\frac{5}{13}$ c) $\frac{9}{13}$ d) $\frac{6}{13}$

01 Mark Questions

(۱) $x \sim B(n, p)$

(i) $n = 10$ اور $p = 0.4$ ہو تو $E(x)$ اور $Var(x)$ معلوم کیجیے۔

(ii) اگر $p = 0.6$ اور $E(x) = 6$ ہو تو n اور $Var(x)$ معلوم کیجیے۔

(iii) اگر $n = 10$ اور $E(x) = 8$ ہو تو $Var(x)$ معلوم کیجیے۔

(iv) اگر $n = 25$ اور $E(x) = 10$ ہو تو p اور $s(x)$ معلوم کیجیے۔

02 Marks Questions

(1) ایک پانسہ کی جوڑی کو 4 مرتبہ پھینکا جاتا ہے اگر دونوں پانسوں پر یکساں اعداد کا میابی کو ظاہر کرتا ہے تو دوبارہ کامیاب ہونے کا احتمال معلوم کیجیے۔

(2) متبادل جوابی سوالات کے 3 ممکنہ جواب ہیں۔ اگر کوئی پانچ سوالات دیے جائیں تو اس امیدوار کو 4 یا زائد جوابات دینے کا احتمال معلوم کیجیے۔

(3) یہ معلوم ہے کہ تیار کردہ اشیاء میں سے 10% خراب ہیں۔ اگر 12 نمونہ کے بے سوچے سمجھے لیا جاتا ہو تو 9 کے خراب ہونے کا احتمال معلوم کیجیے۔

(4) اشیاء کے ایک بڑے ذخیرے میں سے 5% عیب دار اشیاء ہیں اگر نمونہ کو منتخب کیا جائے تو احتمال معلوم کیجیے کہ ایک سے زائد عیب دور شے نہ ہو۔

(5) ایک امتحان میں پانچ سوالات میں سے ہر ایک کے تین ممکنہ جوابات ہیں تو اس بات کا کیا احتمال ہے کہ ایک امیدوار کو چار یا زیادہ درست جوابات ملیں گے۔

03/04 Marks Questions

(1) ایک پانسے کو 6 مرتبہ اچھالا جاتا ہے تو اگر وہ طاق عدد حاصل ہوتا ہے تو اسے کامیاب مانا جاتا ہے تو احتمال معلوم کیجیے کہ

(1) 5 مرتبہ کامیاب ہے۔ (ii) کم سے کم 5 بار کامیاب ہو (iii) زیادہ سے زیادہ 5 بار کامیاب ہو

(2) کسی فیکٹری کے ذریعے بنائے گئے بلب 150 دنوں کے بعد خراب ہونے کا احتمال 0.05 ہے تو ایسے 5 بلب کو منتخب کرتے ہیں تو احتمال معلوم کیجیے کہ 150 دنوں کے بعد

(i) کوئی بلب خراب نہیں ہونگے۔ (ii) ایک سے زیادہ بلب خراب نہیں ہوگا۔ (iii) ایک سے زیادہ بلب خراب ہوگا۔

(3) ایک باکس میں فلاپی ڈسک ہے جس میں سے ہم جانتے ہیں کہ 95% کام کرتی ہے اگر تین ڈسک کا نمونہ لیا جائے تو احتمال معلوم کیجیے کہ

(I) کوئی بھی کام نہیں کرتی ہے (ii) ایک کام کرتی ہے (iii) دو کام کرتی ہے (iv) تینوں کام کرتی ہے۔